УДК 621.313.322-81:621.314.21.3.042.001

ВЛИЯНИЕ ВХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА МАКСИМАЛЬНУЮ ТЕМПЕРАТУРУ НАЖИМНОЙ ПЛИТЫ ТУРБОГЕНЕРАТОРА

В.С. Логинов, В.Е. Юхнов

Томский политехнический университет
E-mail: loginovvs@tpu.ru

Показано влияние продолжительности нагрева и параметров тепловыделения на максимальную температуру активного элемента при отсутствии отвода теплоты. Точность расчета температурного поля в активном элементе зависит от невязки дифференциального уравнения теплопроводности и числа Фурье. Установлен диапазон входных параметров, при которых сложная двумерная задача теплообмена сводится к одномерной.

В [1] для обоснования точности инженерного расчета нестационарного температурного поля в активном элементе конечных размеров было предложено ввести в практику критерии качества расчета. Они позволяют провести проверку результатов аналитического расчета на раннем этапе моделирования теплового процесса в конкретном элементе. Проверка состоит в подстановке расчетных значений в исходные дифференциальные уравнения и краевые условия исследуемой задачи. После этого этапа рекомендуется провести сравнение с опытными или другими надежными данными и приступить к самому процессу моделирования в широком диапазоне изменения параметров исходной задачи.

Целью данной работы является выяснение влияния входных параметров на тепловое состояние нажимной плиты турбогенератора. В таком активном элементе распределение удельных тепловых потерь подчиняется следующей зависимости

$$\mathrm{Po}(X,Y,\mathrm{Fo}) = \mathrm{Po}_0 \cdot W_1(X) \cdot W_2(Y) \cdot \exp(-S\mathrm{Fo}), \quad (1)$$

где $W_1(X) = \exp(-NX),\ W_2(Y) = 1 + MY + DY^2. \quad (2)$

$$\theta(X,Y,\mathrm{Fo}) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{T_1(\mu_n,\gamma_m,\mathrm{Fo}) K_1(\mu_n,X) K_2(\gamma_m,Y)}{K_{11}(\mu_n) K_{22}(\gamma_m)}. \quad (3)$$

Здесь μ_n, γ_m – собственные числа. Они находятся из трансцендентных уравнений

$$\mathrm{ctg}\mu = \frac{\mu^2 - \mathrm{Bi}_1\mathrm{Bi}_2}{\mu(\mathrm{Bi}_1 + \mathrm{Bi}_2)}, \quad (4)$$

$$\mathrm{ctg}\gamma R = \frac{\gamma^2 - \mathrm{Bi}_3\mathrm{Bi}_4}{\gamma(\mathrm{Bi}_3 + \mathrm{Bi}_4)}. \quad (5)$$

$$K_1(\mu_n, X) = \mu_n \cos\mu_n X + \mathrm{Bi}_2 \sin\mu_n X,$$

$$K_2(\gamma_m, Y) = \gamma_m \cos\gamma_m Y + \mathrm{Bi}_4 \sin\gamma_m Y;$$

$$K_{11}(\mu_n) = \frac{1}{2}\left\{ \begin{aligned} &\mu_n^2 + \mathrm{Bi}_2^2 + (\mu_n^2 - \mathrm{Bi}_2^2)\times \\ &\times \frac{\sin 2\mu_n}{2\mu_n} + \mathrm{Bi}_2(1 - \cos 2\mu_n) \end{aligned} \right\},$$

$$K_{22}(\gamma_m) = \frac{1}{2}\left\{ \begin{aligned} &(\gamma_m^2 + \mathrm{Bi}_4^2)R + (\gamma_m^2 - \mathrm{Bi}_4^2)\times \\ &\times \frac{\sin 2\gamma_m R}{2\gamma_m} + \mathrm{Bi}_4(1 - \cos 2\gamma_m R) \end{aligned} \right\}.$$

$$T_1(\mu_n, \gamma_m, \mathrm{Fo}) = \mathrm{Po}_0 F_1(\mu_n) F_2(\gamma_m, R) F_3(\mu_n, \gamma_m, \mathrm{Fo}),$$

где

$$F_1(\mu_n) = \frac{\mu_n^2}{(\mu_n^2 + N^2)}\left\{ \begin{aligned} &\left[\left(1 - \frac{\mathrm{Bi}_2 N}{\mu_n^2}\right)\sin\mu_n - \frac{1}{\mu_n}(N + \mathrm{Bi}_2)\cos\mu_n\right]\times \\ &\times\exp(-N) + \frac{1}{\mu_n}(N + \mathrm{Bi}_2) \end{aligned} \right\};$$

$$F_2(\gamma_m, R) = \left(W_2(R) - \frac{2D}{\gamma_m^2}\right)\left(\sin\gamma_m R - \frac{\mathrm{Bi}_4}{\gamma_m}\cos\gamma_m R\right) +$$

$$+ \frac{1}{\gamma_m^2}(M + 2DR)\cdot K_2(\gamma_m, R) + \frac{\mathrm{Bi}_4}{\gamma_m}\left(1 - \frac{2D}{\gamma_m^2}\right) - \frac{M}{\gamma_m};$$

$$W_2(R) = 1 + MR + DR^2;$$

$$K_2(\gamma_m, R) = \gamma_m \cos\gamma_m R + \mathrm{Bi}_4 \sin\gamma_m R;$$

$$F_3(\mu_n, \gamma_m, \mathrm{Fo}) = \frac{1}{\mu_n^2 + \gamma_m^2 - S}\left\{\exp(-S\mathrm{Fo}) - \exp[-(\mu_n^2 + \gamma_m^2)\mathrm{Fo}]\right\}.$$

При отсутствии охлаждения $\mathrm{Bi}_{1,2,3,4} \to 0$ собственные числа находятся из уравнений вида:

$$\sin\mu = 0;\ \mu_1 = 0, \mu_2 = \pi, ..., \mu_n = (n-1)\pi;$$
$$\sin\gamma R = 0;\ \gamma_1 = 0, \gamma_2 = \pi / R, ..., \gamma_m = (m-1)\pi / R.$$

Именно в этом случае наблюдается наибольшая погрешность расчетов [1].

Исследование температурных полей в нажимной плите турбогенератора при распределении удельных тепловых потерь, согласно (1), (2) и отсутствии охлаждения показало, что изменением температуры в направлении оси Y можно пренебречь. При этом оказывается, что на точность расчета максимальной температуры в активном элементе оказывает выбор числа членов k и p двойной суммы ряда (3) (табл. 1, 2).

Таблица 1. *Влияние времени, тепловыделения и числа членов ряда (3) на максимальную температуру в нажимной плите турбогенератора*

Fo	Po	i	j	θ	ξ	$\partial\theta/\partial\mathrm{Fo}$	$\partial^2\theta/\partial X^2$	$\partial^2\theta/\partial Y^2$	$B(i,j)\cdot 10^{-3}$
0,01	137,23	26	3	1,218	0,0002	112,34	−24,82	−0,068	−0,318
		13	13	1,200	2,0459	110,70	−24,48	−0,005	−1,357
		4	29	1,201	1,9446	110,77	−24,49	−0,017	96,137
0,05	126,68	26	3	4,991	0,0002	81,15	−45,25	−0,276	−0,293
0,10	114,62	26	3	8,513	0,0002	61,44	−52,72	−0,463	−0,266

Примечания:
1) Исходные данные: k=30, p=30; Po_0=112; $\mathrm{Bi}_{1,2,3,4}$=0,001; R=7,5; $S=N$=2,0 при $M=1/R$, $D=-1/R^2$; $\mu_1=\gamma_1$=0,001; X=0,0; Y=0,5R.
2) $\xi=\partial\theta/\partial\mathrm{Fo}-(\partial^2\theta/\partial X^2+\partial^2\theta/\partial Y^2+\mathrm{Po}(X,Y,\mathrm{Fo}))$ – невязка в дифференциальном уравнении теплопроводности.
3) $B(i,j)=1/(\mu_i^2+\gamma_j^2-S)\{-S\cdot\exp(-S\mathrm{Fo})+(\mu_i^2+\gamma_j^2)\cdot\exp[-(\mu_i^2+\gamma_j^2)\mathrm{Fo}]\}$

Таблица 2. *Влияние условий охлаждения на температуру в нажимной плите турбогенератора (в точке X=0,01; Y=0,01R) при Po_0=112; R=7,5; M=0, $D=-1/R^2$, $S=N$=2,0; Fo=0,1; Po(X,Y,Fo)=89,87 – расчет по (1), (2)*

Вариант	k	p	$\mathrm{Bi}_{1,2,3,4}$	$\mu_1=\gamma_1 R$	n	m	θ по (3)	ξ
1	10	10	0,00001	0,0001	1	1	5,543	39,8
2			0,0001	0,0001	1	1	–8,021	162,3
3			0,0001	0,001	3	2	7,162	0,2587
					1	3	6,765	–0,0839
4			0,001	0,001	1	3	6,775	0,0239
5	20	20	0,001	0,001	3	2	7,151	–0,7876
					5	6	6,748	–0,0056*

Примечание: ** – i=5, j=6*

Сравнение вариантов 1 и 2 табл. 2 показывает, что не учет влияния входных параметров может привести к неправильному определению максимальной температуры (вариант 2, θ=–8,021). Установлено наличие сочетания числа слагаемых (i,j), при которых наблюдается минимальное значение невязки ξ по дифференциальному уравнению теплопроводности и экспоненциального множителя $B(i,j)$. В варианте 5 при i=5, j=6 (см. табл. 2) получено точное значение температуры θ=6,748, соответствующее малой величине невязки относительно вариантов 3–4.

При изменении параметров Fo≤0,05; 0,001≤$\mathrm{Bi}_{1,2,3,4}$≤0,01; 0,075≤R≤7,5; 0,2≤S≤2,0; 0,2≤N≤2,0 при $M=1/R$, $D=-1/R^2$ рекомендуется в инженерной практике использовать более простую аналитическую зависимость

$$и(X,Y,\mathrm{Fo}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_1(\mu_n, Y, \mathrm{Fo}) K_1(\mu_n, X)}{K_{11}(\mu_n)}, \quad (6)$$
$$T(\mu_n, Y, \mathrm{Fo}) = \mathrm{Po}_0 F_1(\mu_n) W_2(Y) F(\mu_n, \mathrm{Fo}),$$
$$F(\mu_n, \mathrm{Fo}) = \frac{1}{(\mu_n^2 - S)}[\exp(-S\mathrm{Fo}) - \exp(-\mu_n^2\mathrm{Fo})].$$

На рисунке показано изменение температуры в направлении оси X, из которого видно, что максимальное отклонение (до 5 %) температур, вычисленных по (3) и (6), отличаются на поверхности активного элемента. Во внутренних точках нажимной плиты это различие температур отсутствует. Расчет проведен на основе входных параметров: симметричные условия охлаждения Bi=0,01; Fo=0,001; R=0,075; $M=1/R$, $D=-1/R^2$; Po_0=112, Y=0,5R; $S=N$=2,0.

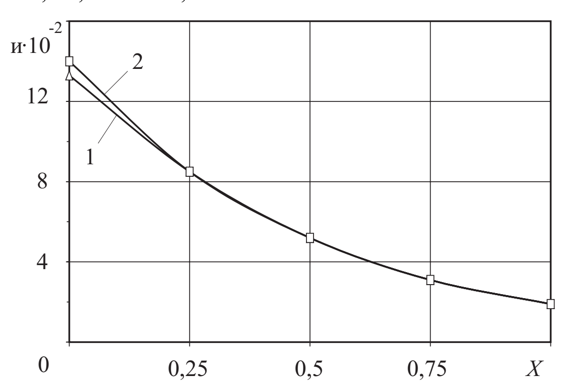


Рисунок. *Расчет температуры в нажимной плите турбогенератора: 1) по ур. (3); 2) по ур. (6)*

Таким образом, при тепловом расчете активного элемента электрической машины рекомендуется учитывать влияние входных параметров (геометрические размеры, электротеплофизические свойства, условия охлаждения, распределение внутренних источников теплоты) на точность определения максимальной температуры. Она существенно зависит от качества аналитического расчета, определяемого значениями невязки дифференциального уравнения теплопроводности и числа Фурье.

Обозначения

$\theta(X,Y,\mathrm{Fo})=(T(x,y,\tau)-T_ж)/T_м$ – безразмерная температура; $T(x,y,\tau)$, $T_ж$, $T_м$ – соответствующие температуры, K; $\mathrm{Po}(X,Y,\mathrm{Fo})=q_V(x,y,\tau)\cdot b^2/(\lambda_x T_m)$ – число Померанцева; N, D, M, S – коэффициенты функций распределения, учитывающие неравномерность внутренних источников тепла; $\mathrm{Bi}_{1,2}=\alpha_{1,2}\cdot b/\lambda_x$, $\mathrm{Bi}_{3,4}=\alpha 3,4\cdot b/\sqrt{\lambda_x\lambda_y}$ – число Био; $X=x/b$, $Y=(\lambda_x/\lambda_y)^{1/2}y/b$, $R=(\lambda_x/\lambda_y)^{1/2}H/b$ – безразмерные координаты; b, H – геометрические размеры, м; λ_x/λ_y – коэффициенты теплопроводности, Вт/(м·K); $\alpha_{1,2,3,4}$ – коэффициент теплообмена на соответствующей охлажда-

емой поверхности, Вт/(м^2·K); Fo=$a\tau/b^2$ – число Фурье; *k, p* – принятое ограниченное число членов каждого ряда при расчете конкретного варианта рассматриваемой задачи; *i, j* – число членов ряда при которых наблюдается минимальная невязка в уравнении теплопроводности. Индексы: ж – охлаждающая среда; м – масштаб.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Логинов В.С., Дорохов А.Р. Критерии качества аналитического расчета нестационарного температурного поля активного электромагнита // Инженерно- физический журнал. – 2002. – Т. 75. – № 2. – С. 148–151.

УДК 622.86:622.26.004.5